Подготовка к контрольной работе по теме «Квадратичная функция»

1. Разложите на множители квадратный трехчлен:

а) $x^2-12x+20$

Решим квадратное уравнение:

$x^2-12x+20=0$

a = 1, b = –12, c = 20

D = $(-12)^2$ – 4 · 1 · 20 = 144 – 80 = 64

$$x_1=\frac{-(-12)+\sqrt{64}}{2\cdot 1}=\frac{12+8}{2}=\frac{20}{2}=10$$

$$x_2=\frac{-(-12)-\sqrt{64}}{2\cdot 1}=\frac{12-8}{2}=\frac{4}{2}=2$$

Значит, $x^2-12x+20=1\cdot(x-10)\cdot(x-2)=(x-10)(x-2)$

б) $5y^2-7y+2$

Решим квадратное уравнение:

$5y^2-7y+2=0$

a = 5, b = –7, c = 2

D = $(-7)^2$ – 4 · 5 · 2 = 49 – 40 = 9

$$y_1=\frac{-(-7)+\sqrt{9}}{2\cdot 5}=\frac{7+3}{10}=\frac{10}{10}=1$$

$$y_2=\frac{-(-7)-\sqrt{9}}{2\cdot 5}=\frac{7-3}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

Значит, $5y^2-7y+2=5\cdot(y-1)\cdot\left(y-\frac{2}{5}\right)=(y-1)(5y-2)$

2. Постройте график функции $y=x^2-4x+7$. Найдите с помощью графика:

а) значения *y* при *x = 0,5*;

б) значения *x*, при которых *y = 6*;

в) нули функции;

г) промежутки, в которых *y > 0* и в которых *y < 0*;

д) промежуток, в котором функция убывает.

<u>Решение.</u> Построим график функции $y=x^2-4x+7$.

1) *a = 1* – ветви параболы направлены вверх

2) $m=\frac{-(-4)}{2\cdot 1}==\frac{4}{2}=2$, $n=y(2)=2^2-4\cdot 2+7=4-8+7=3$

(2; 3) – вершина параболы

3) *x = 2* – ось симметрии

4) Найдем нули функции: $x^2-4x+7=0$

a = 1, b = –4, c = 7

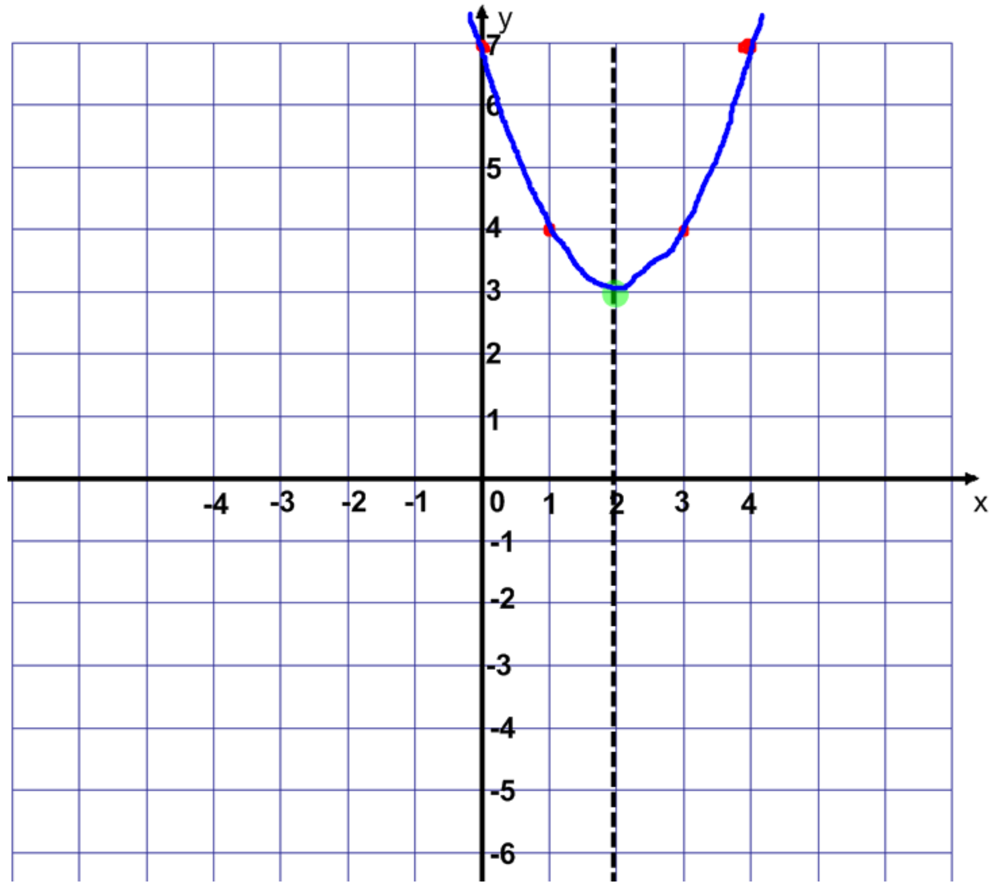
D = $(-4)^2$ – 4 · 1 · 7 = 16 – 28 = –12 – корней нет

Значит, график функции не пересекает ось ОХ.

5)

x	0	1	3	4
y	7	4	4	7

6) Построим график функции:



Теперь по графику отвечаем на вопросы.

а) Если $x = 0{,}5$, то $y = 5{,}2$

б) Если $y = 6$, то $x_1 = 1{,}3$, $x_2 = 3{,}7$

в) нулей у функции нет

г) $y > 0$ на всем промежутке $(-\infty;\ +\infty)$

д) функция убывает на $(-\infty;\ 2]$

3. Сократите дробь $\dfrac{2y^2+9y-5}{1-4y^2}$ **.**

Разложим числитель на множители. Для этого решим квадратное уравнение:

$$2y^2+9y-5=0$$

a = 2, b = 9, c = –5

D = 9^2 – 4 · 2 · (–5) = 81 + 40 = 121

$$y_1=\frac{-9+\sqrt{121}}{2\cdot 2}=\frac{-9+11}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

$$y_1=\frac{-9-\sqrt{121}}{2\cdot 2}=\frac{-9-11}{4}=\frac{-20}{4}=-5$$

Значит, $2y^2+9y-5=2\cdot(y-0{,}5)\cdot(y+5)=(2y-1)(y+5)$

Теперь сокращаем дробь, для этого знаменатель раскладываем по формуле разности квадратов:

$$\frac{2y^2+9y-5}{1-4y^2}=\frac{(2y-1)(y+5)}{(1-2y)(1+2y)}=\frac{-\cancel{(1-2y)}(y+5)}{\cancel{(1-2y)}(1+2y)}=-\frac{y+5}{1+2y}$$

4. Найдите значение выражения:

а) $$6\sqrt[4]{7\frac{58}{81}}+4\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}}=6\cdot\sqrt[4]{\frac{625}{81}}+4\cdot\sqrt[3]{-\frac{27}{8}}=6\cdot\frac{5}{3}+4\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)=10-6=4$$

б) $$4\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}+6\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}}=4\cdot\sqrt[4]{\frac{81}{16}}+6\cdot\sqrt[3]{-\frac{64}{27}}=4\cdot\frac{3}{2}+6\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)=6-8=-2$$

5. Не выполняя построения, определите, пересекаются ли парабола $y=\frac{1}{2}x^2$ и прямая $y=4x-6$. Если точки пересечения существуют, то найдите их координаты.

Чтобы определить точки пересечения параболы и прямой необходимо решить уравнение:

$$\frac{1}{2}x^2=4x-6 \,|\times 2$$

$$x^2=8x-12$$

$$x^2-8x+12=0$$

a = 1, b = –8, c = 12

D = $(-8)^2$ – 4 · 1 · 12 = 64 – 48 = 16

$$x_1=\frac{-(-8)+\sqrt{16}}{2\cdot 1}=\frac{8+4}{2}=\frac{12}{2}=6$$

$$x_2=\frac{-(-8)-\sqrt{16}}{2\cdot 1}=\frac{8-4}{2}=\frac{4}{2}=2$$

Если x = 6, то y = 4 · 6 – 6 = 24 – 6 = 18. Значит первая точка (6; 18).

Если x = 2, то y = 4 · 2 – 6 = 8 – 6 = 2. Значит вторая точка (2; 2).