

Подготовка к контрольной работе № 7

1. Докажите неравенство:

а)  $(x + 2)^2 \geq 4(x + 1)$

**Решение.**  $(x + 2)^2 - 4(x + 1) = x^2 + 4x + 4 - 4x - 4 = x^2 \geq 0$ , значит неравенство верно для любого  $x$

б)  $4ab \leq (a + b)^2$

**Решение.**  $4ab - (a + b)^2 = 4ab - (a^2 + 2ab + b^2) = 4ab - a^2 - 2ab - b^2 = -a^2 + 2ab - b^2 = -(a^2 - 2ab + b^2) = -(a - b)^2$ ; т.к.  $(a - b)^2 \geq 0$ , значит  $-(a - b)^2 \leq 0$  для любых значений  $a$  и  $b$ , т.е. неравенство верно для любых  $a$  и  $b$ .

в)  $2b(a - 2b) \leq a(a - 2b)$

**Решение.**  $2b(a - 2b) - a(a - 2b) = 2ab - 4b^2 - a^2 + 2ab = -a^2 + 4ab - 4b^2 = -(a^2 - 4ab + 4b^2) = -(a - 2b)^2$ , т.к.  $(a - 2b)^2 \geq 0$ , значит  $-(a - 2b)^2 \leq 0$  для любых значений  $a$  и  $b$ , т.е. неравенство верно для любых  $a$  и  $b$ .

г)  $(x - 3)^2 \geq 3(3 - 2x)$

**Решение.**  $(x - 3)^2 - 3(3 - 2x) = x^2 - 6x + 9 - 9 + 6x = x^2 \geq 0$ , значит неравенство верно для любого  $x$

2. Известно, что  $a < b$ . Сравните значения выражений:

а)  $10a$  и  $10b$  б)  $-2a$  и  $-2b$  в)  $1,9b$  и  $1,9a$  г)  $-3b$  и  $-3a$

Результат сравнения запишите в виде неравенства.

**Решение.**

а)  $10a < 10b$  (т.к.  $10$  – положительное, то знак неравенства не меняется)

б)  $-2a > -2b$  (т.к.  $-2$  – отрицательное, то знак неравенства меняется)

в)  $1,9a < 1,9b$  (т.к.  $1,9$  – положительное, то знак неравенства не меняется)

тогда по 1 свойству  $1,9b > 1,9a$

г)  $-3a > -3b$  (т.к.  $-3$  – отрицательное, то знак неравенства меняется)

тогда по 1 свойству  $-3b < -3a$

3. Известно, что  $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ . Оцените:

а)  $3\sqrt{3}$

б)  $-4\sqrt{3}$

в)  $2\sqrt{3} + 1$

г)  $5 - 2\sqrt{3}$

**Решение.**

а)  $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$

$3 \cdot 1,7 < 3 \cdot \sqrt{3} < 3 \cdot 1,8$

$5,1 < 3\sqrt{3} < 5,4$

**Числовые неравенства и их свойства**

$$\begin{aligned} \text{б) } & 1,7 < \sqrt{3} < 1,8 \\ & -4 \cdot 1,7 > -4 \cdot \sqrt{3} > -4 \cdot 1,8 \\ & -6,8 > -4\sqrt{3} > -7,2 \\ & \underline{-7,2 < -4\sqrt{3} < -6,8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } & 1,7 < \sqrt{3} < 1,8 \\ & 2 \cdot 1,7 < 2 \cdot \sqrt{3} < 2 \cdot 1,8 \\ & 3,4 < 2\sqrt{3} < 3,6 \\ & 3,4 + 1 < 2\sqrt{3} + 1 < 3,6 + 1 \\ & \underline{4,4 < 2\sqrt{3} + 1 < 4,6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } & 1,7 < \sqrt{3} < 1,8 \\ & -2 \cdot 1,7 > -2 \cdot \sqrt{3} > -2 \cdot 1,8 \\ & -3,4 > -2\sqrt{3} > -3,6 \\ & -3,6 < -2\sqrt{3} < -3,4 \\ & -3,6 + 5 < -2\sqrt{3} + 5 < -3,4 + 5 \\ & \underline{1,4 < -2\sqrt{3} + 5 < 1,6} \end{aligned}$$

**4. Оцените периметр равнобедренного треугольника с основанием  $a$  см и боковой стороной  $b$  см, если  $5,1 < a < 5,2$  и  $2,9 < b < 3$ .**

**Решение.**  $P = a + b + b = a + 2b$

$$2,9 < b < 3$$

$$2 \cdot 2,9 < 2 \cdot b < 2 \cdot 3$$

$$5,8 < 2b < 6$$

Сложим два неравенства:

$$\begin{array}{r} + \quad 5,1 < a < 5,2 \\ \quad 5,8 < 2b < 6 \\ \hline 10,9 < a + 2b < 11,2 \end{array}$$

5. Оцените среднее арифметическое чисел  $a$  и  $b$ , если известно, что  $2,4 < a < 2,5$  и  $3,6 < b < 3,7$ .

**Решение.** Среднее арифметическое –  $(a + b) : 2$

Сложим два неравенства:

$$\begin{array}{r} 2,4 < a < 2,5 \\ + \\ 3,6 < b < 3,7 \\ \hline 6 < a + b < 6,2 \end{array}$$

Разделим это неравенство на 2:

$$\begin{array}{r} 6 : 2 < (a + b) : 2 < 6,2 : 2 \\ 3 < (a + b) : 2 < 3,1 \end{array}$$

6. К каждому из чисел 4, 5, 6 и 7 прибавили одно и то же число  $a$ . Сравните произведение крайних членов полученной последовательности с произведением средних членов.

**Решение.** Получим числа:  $4 + a, 5 + a, 6 + a, 7 + a$

Надо сравнить:  $(4 + a) \cdot (7 + a)$  с  $(5 + a) \cdot (6 + a)$

Составим разность:  $(4 + a) \cdot (7 + a) - (5 + a) \cdot (6 + a) = 28 + 4a + 7a + a^2 - (30 + 5a + 6a + a^2)$   
 $= 28 + 4a + 7a + a^2 - 30 - 5a - 6a - a^2 = -2 < 0$ , значит  $(4 + a) \cdot (7 + a) < (5 + a) \cdot (6 + a)$

7. Даны три последовательных натуральных числа. Сравните удвоенный квадрат среднего из них с суммой квадратов двух других чисел.

**Решение.** Даны три последовательных числа:  $x, x + 1, x + 2$

Надо сравнить:  $2 \cdot (x + 1)^2$  с  $x^2 + (x + 2)^2$

Составим разность:  $2 \cdot (x + 1)^2 - (x^2 + (x + 2)^2) = 2 \cdot (x^2 + 2x + 1) - (x^2 + x^2 + 4x + 4) =$   
 $= 2x^2 + 4x + 2 - x^2 - x^2 - 4x - 4 = -2 < 0$ , значит  $2 \cdot (x + 1)^2 < x^2 + (x + 2)^2$